

2012年度
計算機システム演習 第8回

計算機システムTA 福田圭祐(松岡研究室)

MIPSシミュレータ構築の流れ

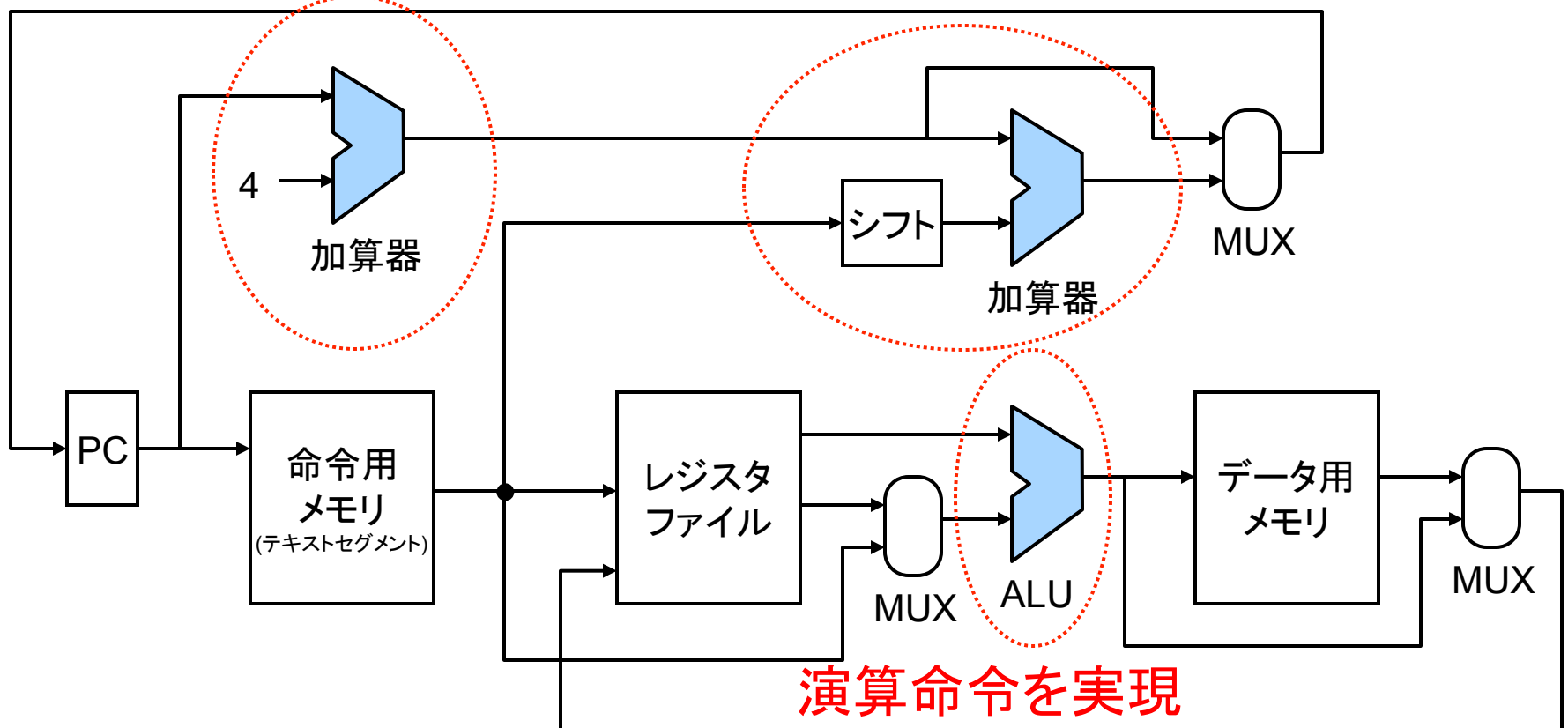
1. **ALUの作成**
2. レジスタファイル
3. メモリ領域
 - ▶ 命令用メモリ
 - ▶ データ用メモリ
4. PCの作成
5. メインコントロールユニット
6. ALUコントロールユニット
7. 機能拡張
 - ▶ メモリアクセス命令
 - ▶ 分岐命令



MIPSシミュレータ 概略図

PCを1つ進める

分岐命令を実現



演算命令を実現

課題 1

- ▶ 32ビットの Ripple Carry Adder (RCA クラス)を完成させよ
 - ▶ RCADriver クラスを作ってテストすること



課題2

- ▶ 4ビットの Carry Lookahead Adder (CLA4 クラス)を完成させよ
 - ▶ CLA4Driver クラスを作ってテストすること



課題3 (オプション)

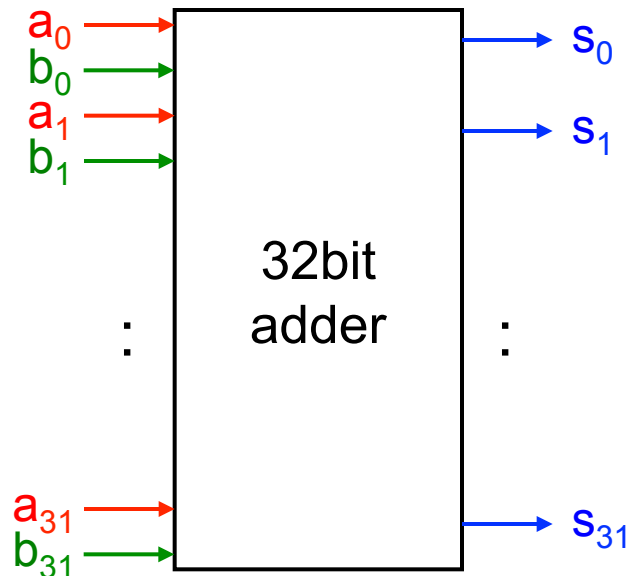
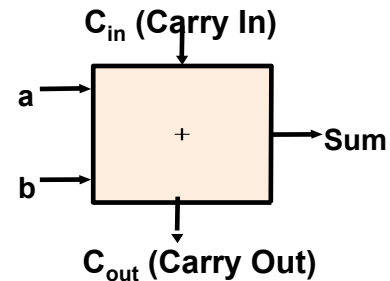
- ▶ 32ビットの Carry Lookahead Adder (CLA32 クラス)を作成せよ
 - ▶ CLA32Driver も作成し、テストすること
 - ▶ CLA(32bitのBUS) => CLA(16bitのBus) + CLA(16bitのBus)
 - ▶ バスの一部を取り出す Bus クラスのメソッドは以下の通り

```
// index番目からnum本の配線を取り出したバスを返す
public Bus getSubset(int index, int num) {
    Bus subBus = new Bus(num);
    for (int i = 0; i < num; i++)
        subBus.paths[i] = this.paths[index + i];
    return subBus;
}
```

本日の内容

▶ ALUの作成

- ▶ 1ビット加算器の作成
- ▶ 32ビット加算器の作成
 - ▶ Ripple Carry Adder
 - ▶ Carry Look-ahead Adder
- ▶ 1ビットALU
- ▶ 32ビットALU



32ビット加算器

- ▶ 入力配線

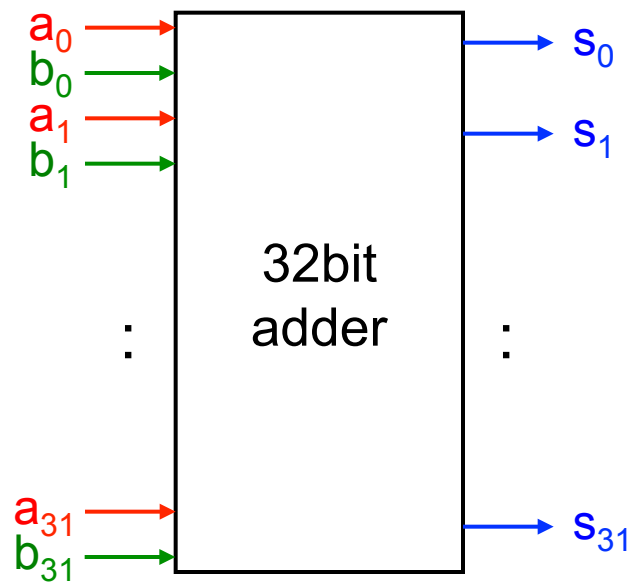
- ▶ 32本 2組

- ▶ 出力配線

- ▶ 32本

- ▶ 配線(Path)が多すぎて取り扱いにくい

- ▶ 信号を1つ1つ設定するのは大変

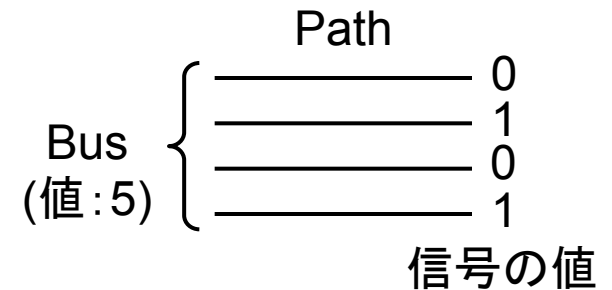
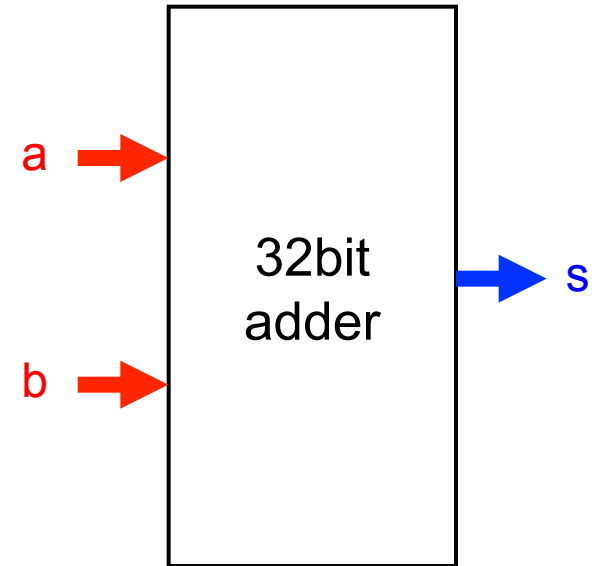


$$32 * 3 = 96 \text{ 引数}$$

コンストラクタ (Path inA0, ..., Path inA31, Path inB0, ... Path inB31, Path outS0, ... Path outS31)

Bus クラス

- ▶ 配線 (Path) の集合をバスとして表現
 - ▶ Path の配列を持つ
- ▶ Busクラスの仕様
 - ▶ コンストラクタ: `Bus (int n)`
 - ▶ n: Pathの数
 - ▶ `setValue(long val)`
 - ▶ 指定された数値を二進数で表すように各配線の信号を設定
 - ▶ 例) `val=5 => 101`
 - ▶ `getValue()`
 - ▶ 各配線の信号が表す二進数の数値を返す
 - ▶ 例) `101 => 5`
 - ▶ `getPath(int i)`
 - ▶ `path[i]`を返す

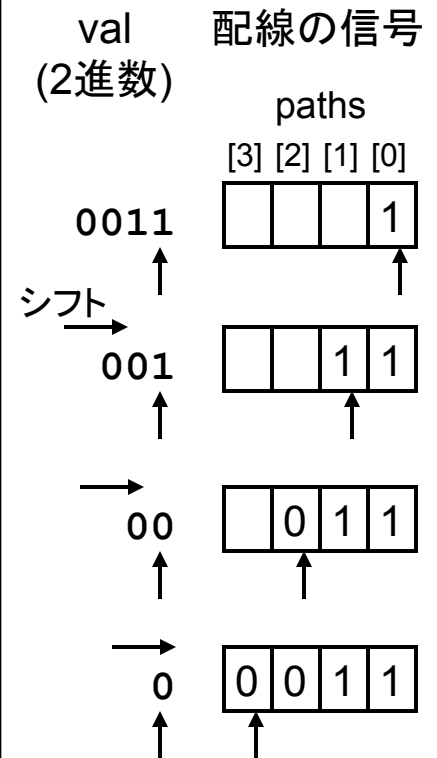


Bus クラスのコード (1/2)

0x: 16進数 L: long型

```
public class Bus {
    Path[] paths;
    // nビットのバスを作成
    public Bus(int n) {
        paths = new Path[n];
        for (int i = 0; i < n; i++)
            paths[i] = new Path();
    }
    // valの値を表すように配線に信号を設定
    public void setValue(long val) {
        for (int i = 0; i < paths.length; i++) {
            if ((val & 0x1L) != 0) // ビットが立っていたら
                paths[i].setSignal(new Signal(true));
            else
                paths[i].setSignal(new Signal(false));
            val >>= 1; // 1ビット右シフト
        }
    }
}
```

4bitでのsetValue(3)



Bus クラスのコード (2/2)

```

:
// 配線の信号によって表される整数値を返す
public long getValue() {
    long val = 0;
    for (int i = paths.length-1; i >= 0; i--) {
        val <<= 1; // 1ビット左シフト
        if (paths[i].readSignal().getValue())
            val += 1L; // 信号が1ならビットを立てる
    }
    return val;
}
// i番目の配線を取り出す
public Path getPath(int i) {
    return paths[i];
}
}

```

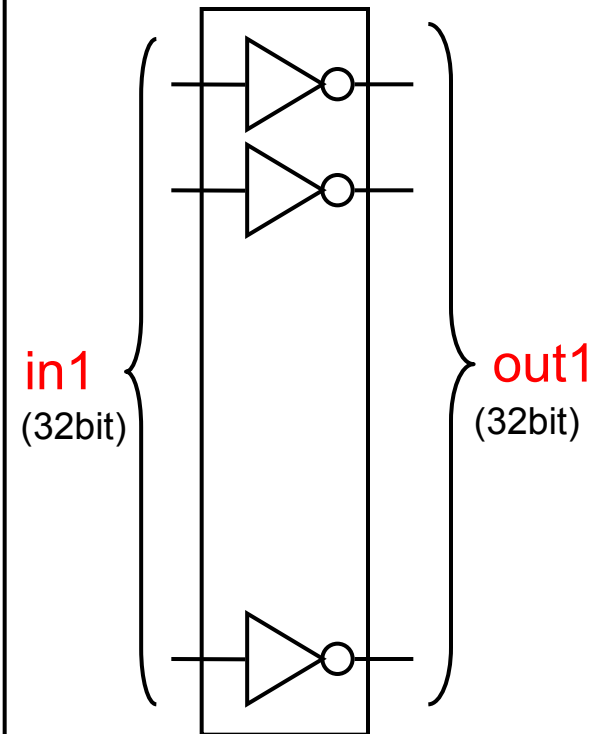
4bitでのgetValue

配線の信号 paths	val (2進数)
[3] [2] [1] [0] 0 0 1 1 ↑	0 ↑
0 0 1 1 ↑	00 ↑
0 0 1 1 ↑	001 ↑
0 0 1 1 ↑	0011 ↑

Busクラスの使用例(1/2)

- ▶ Busクラスによって引数が2つに減る
 - ▶ Busクラスを使う回路: ComplementI クラス

```
// 32ビットの1の補数表現を得る回路
public class Complement1 {
    NOTGate[] not1 = new NOTGate[32];
    public Complement1(Bus in1, Bus out1) {
        // i番目の配線の信号を反転する
        for (int i = 0; i < 32; i++)
            not1[i] = new
NOTGate(in1.getPath(i),
        out1.getPath(i));
    }
    public void run() {
        for (int i = 0; i < 32; i++)
            not1[i].run();
    }
}
```



Bus クラスの使用例(2/2)

```
public class Complement1Driver {
    public static void main(String[] args) {
        Bus in1 = new Bus(32); // 32ビットのバス
        Bus out1 = new Bus(32);
        Complement1 c1 = new Complement1(in1, out1);

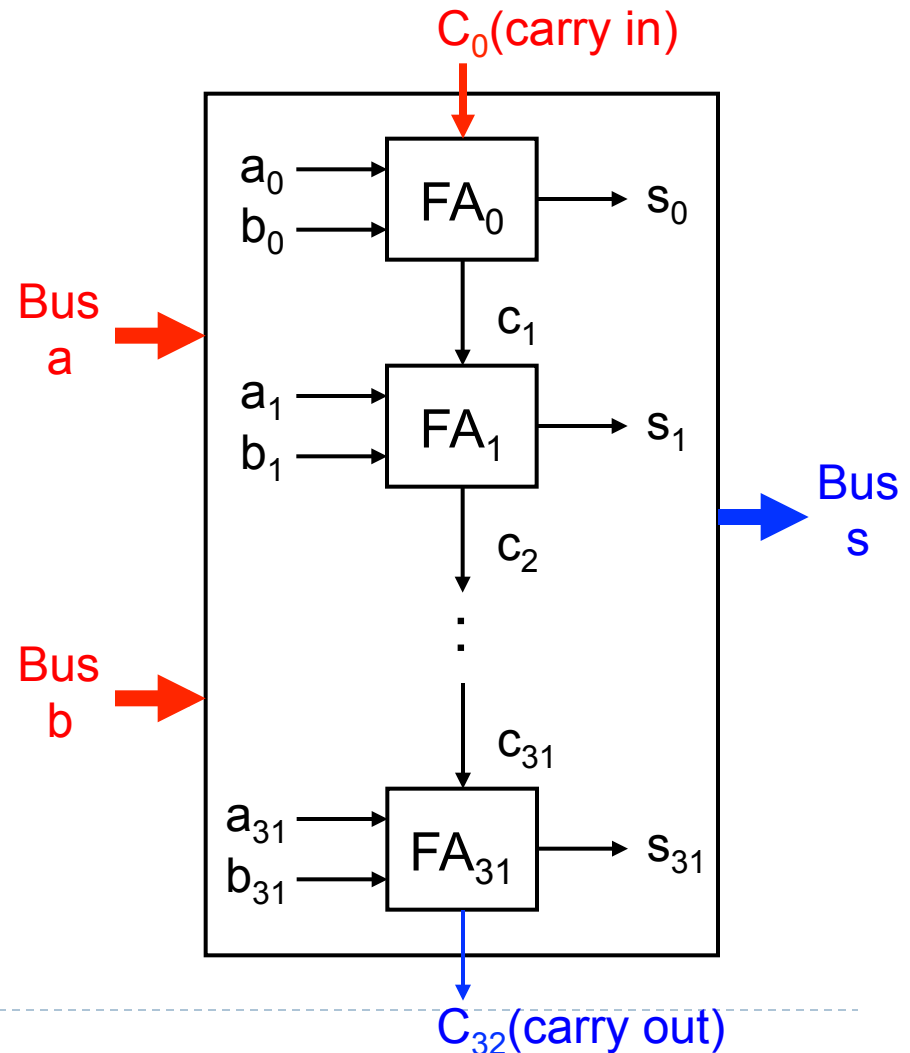
        in1.setValue(100L); // バスの値として100を設定
        c1.run(); // 回路を実行
        System.out.println(out1.getValue()); // バスの値を読み出す
    }
}
```



32ビット Ripple Carry Adder

▶ 1ビット全加算器 (FA) を32個つなげた加算器

- ▶ FA_0 を実行
- ▶ キャリー C_1 を FA_1 に伝播
- ▶ FA_1 を実行
- ▶ :
- ▶ キャリー C_{31} を FA_{31} に伝播
- ▶ FA_{31} を実行



RCA クラス

```
public class RCA {
    FA[] adder = new FA[32]; // 1ビット全加算器

    public RCA(Bus a, Bus b, Path carryIn,
              Bus s, Path carryOut) {
        Path[] c = new Path[?];
        for (int i = ?; i < ?; i++) {
            // 回路を作成
        }
    }

    public void run() {
        for (int i = ?; i < ?; i++) {
            // 回路を実行
        }
    }
}
```

RCADriver クラスの例

(RCAのテスト用プログラム)

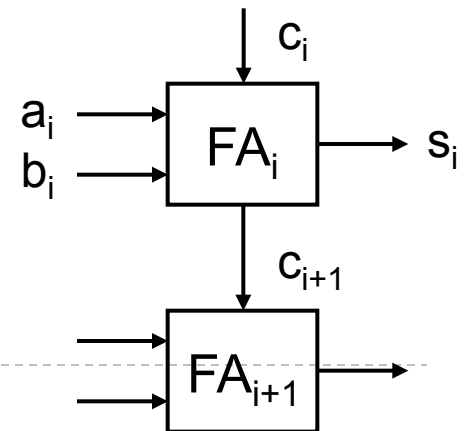
```
public class RCADriver {
    public static void main(String[] args) {
        Bus a = new Bus(32);
        Bus b = new Bus(32);
        Path carryIn = new Path();
        Bus s = new Bus(32);
        Path carryOut = new Path();

        RCA adder = new RCA(a, b, carryIn, s, carryOut);

        a.setValue(1000L); // 例
        b.setValue(2000L); // 例
        adder.run();
        System.out.println(s.getValue()); // 3000
    }
}
```


Carry Lookahead Adder (1/2)

- ▶ Ripple Carry Adder の問題
 - ▶ キャリーの伝播のために FA を一つずつしか実行できないため、遅い
- ▶ 同時により多くのビットを計算できないか？
 - ▶ あらかじめキャリーが計算できればよい
 - ▶ キャリーは $c_{i+1} = g_i + p_i \cdot c_i$ の関係を満たす
 - ▶ $g_i = a_i \cdot b_i$: Generator
 - ▶ $p_i = a_i + b_i$: Propagator
 - ▶ 前回は $c_{i+1} = a_i \cdot b_i + (a_i \text{ xor } b_i) \cdot c_i$ とした



Carry Lookahead Adder (2/2)

▶ この式を展開していくと

$$\text{▶ } c_1 = g_0 + p_0 c_0$$

$$\text{▶ } c_2 = g_1 + g_0 p_1 + p_0 p_1 c_0$$

$$\text{▶ } c_3 = g_2 + g_1 p_2 + g_0 p_1 p_2 + p_0 p_1 p_2 c_0$$

$$\text{▶ } c_4 = g_3 + g_2 p_3 + g_1 p_2 p_3 + g_0 p_1 p_2 p_3 + p_0 p_1 p_2 p_3 c_0$$

c_0 が決まれば
 $c_1 \sim c_4$ が決まる

$$g_i = a_i \cdot b_i$$

$$p_i = a_i + b_i$$

(オプション
課題で使用)

▶ この計算を行うPFA (Partial FA) と CLA (Carry Lookahead Unit) 導入

▶ PFA

▶ 入力: Bus a, b, Path carry

▶ 出力: g, p, s

▶ CLA

▶ 入力: $g_0 \sim g_3, p_0 \sim p_3, c_0$

▶ 出力: $c_1 \sim c_4$

4ビット Carry Lookahead Adder

▶ PFA (Partial FA)

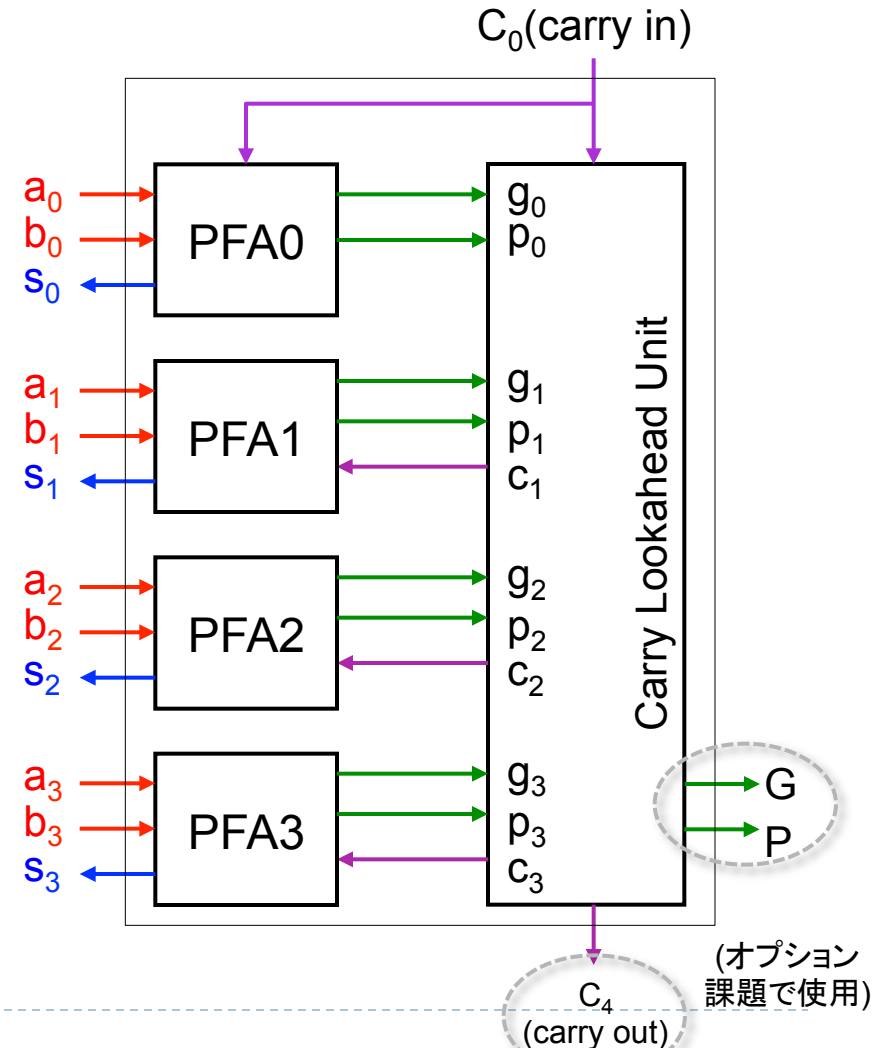
- ▶ g_i, p_i を計算
- ▶ s_i (sum)を計算
 - ▶ $a_i \text{ xor } b_i \text{ xor } c_i$

▶ Carry Lookahead Unit (CLU)

- ▶ $c_1 \sim c_4$ を計算

▶ 動作

1. PFA: g_i, p_i を計算
 - ▶ ここで出力される s_i は $c_i = 0$ の場合
2. CLU: $c_1 \sim c_4$ を計算
3. PFA: s_i を計算
 - ▶ ここで正しい s_i が出力



CLA4 クラス

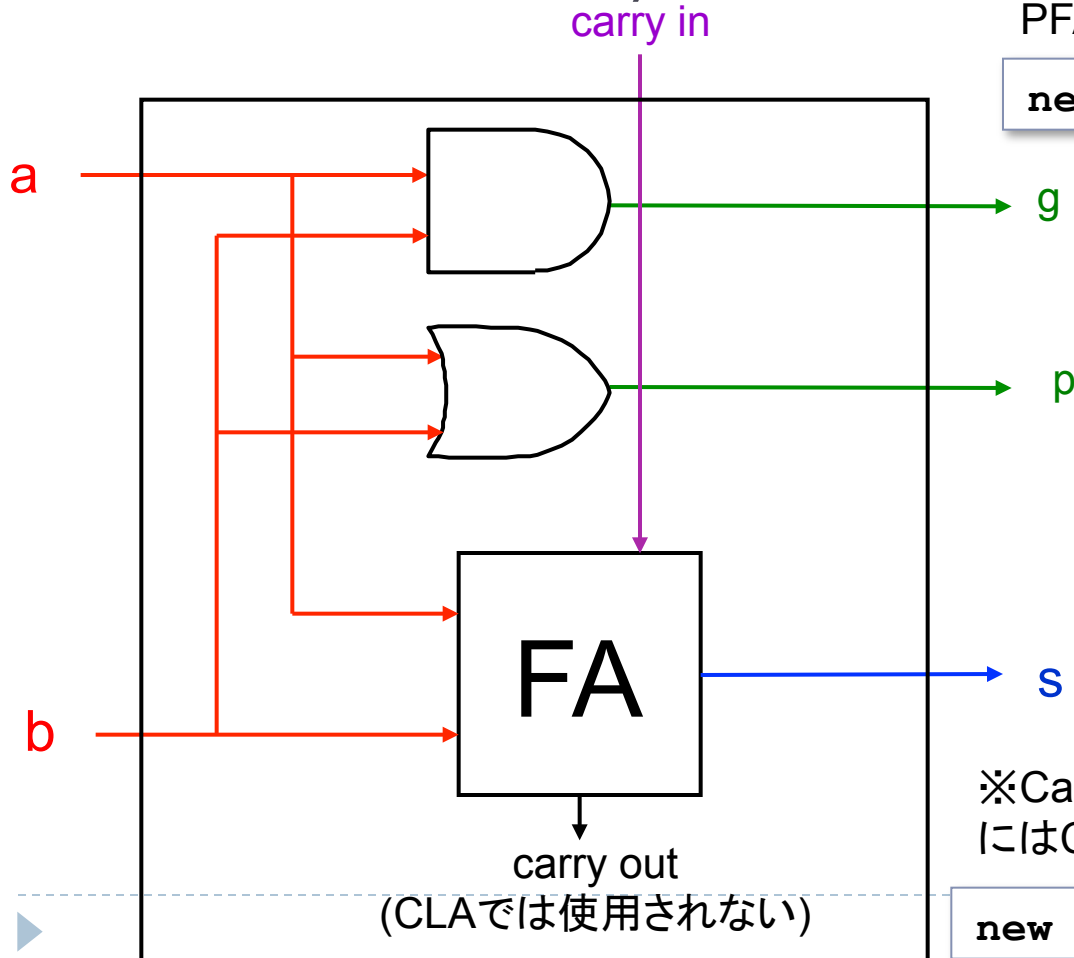
```
public class CLA4 {
    // Bus a,b,s: 4ビット
    public CLA4(Bus a, Bus b, Path carryIn,
               Bus s, Path carryOut) { //Option課題ではG,Pも
        // g, pを計算する回路
        Path[] g = new Path[4]; //Busでも可
        Path[] p = new Path[4]; //Busでも可
        PFA[] pfa = new PFA[4];
        // cを計算する回路(Carry Lookahead Unit)
        Path[] innger_c = new Path[5];
        CLU clu = new CLU(g, p, c);
        // sを計算する回路
    }
    public void run() {
        // 回路を実行
    }
}
```



PFAクラス

▶ 以下のようにPFAクラスを実装

- ▶ 注意: PFA1~3のcarry inはない



※PFA0用のcarry in.

PFA1~3は以下のように記述すればよい

```
new PFA(a,b,new Path(),g,p,s)
```

$$g_i = a_i \cdot b_i$$

$$p_i = a_i + b_i$$

※Carry outはCLUで計算するため、実際にはCLAでは使用されない

```
new FA(a,b,carryIn,s,new Path())
```

CLU クラス

(Carry Lookahead Unit)

```
public class CLU {
    ANDGate and1, and2, ...;
    ORGate or1, or2, ...;
    public CLU(Path[] g, Path[] p, Path[] c) {
        // 入力:(g, p, c[0]) から出力:c[1]~c[4]を計算
        Path inner1 = new Path();
        and1 = new ANDGate(p[0], c[0], inner1);
        or1 = new ORGate(g[0], inner1, c[1]); // c[1]を計算する回路
        : //以下 c[2]~c[4]を計算する回路
    }
    public void run() {
        and1.run();
        or1.run();
        :
    }
}
```



ANDGateN、 ORGateN クラス

▶ n 入力の ANDGate (CLU クラスで利用)

```
public class ANDGateN {
    Path[] ins; Path out1;
    public ANDGateN(Path[] ins, Path out1) {
        this.ins = ins;
        this.out1 = out1;
    }
    public void run() {
        boolean val = true;
        for (int i = 0; i < ins.length; i++)
            if (!ins[i].readSignal().getValue()) {
                val = false;
                break;
            }
        out1.setSignal(new Signal(val));
    }
}
```

▶ ORGateNは省略

16ビット Carry Lookahead Adder

▶ 4bit CLAのCarry-inの計算

▶ Cはどのように記述されるか？

▶ C_1 = “4bit CLA0のcarry-out”

$$C_1 = g_3 + g_2 P_3 + g_1 P_2 P_3 + g_0 P_1 P_2 P_3 + P_0 P_1 P_2 P_3 C_0$$

▶ C_2 = “4bit CLA1のcarry-out”

$$C_2 = g_7 + g_6 P_7 + g_5 P_6 P_7 + g_4 P_5 P_6 P_7 + P_4 P_5 P_6 P_7 C_1$$

▶ C_3 = “4bit CLA2~”, C_4 = “4bit CLA3~”

▶ 以下のように一般化すると

$$G_i = g_{3+4xi} + P_{3+4xi} g_{2+4xi} + P_{3+4xi} P_{2+4xi} g_{1+4xi} + P_{3+4xi} P_{2+4xi} P_{1+4xi} g_{0+4xi}$$

$$P_i = P_{0+4xi} P_{1+4xi} P_{2+4xi} P_{3+4xi}$$

▶ Cは以下のように記述できる

$$C_1 = G_0 + P_0 C_0$$

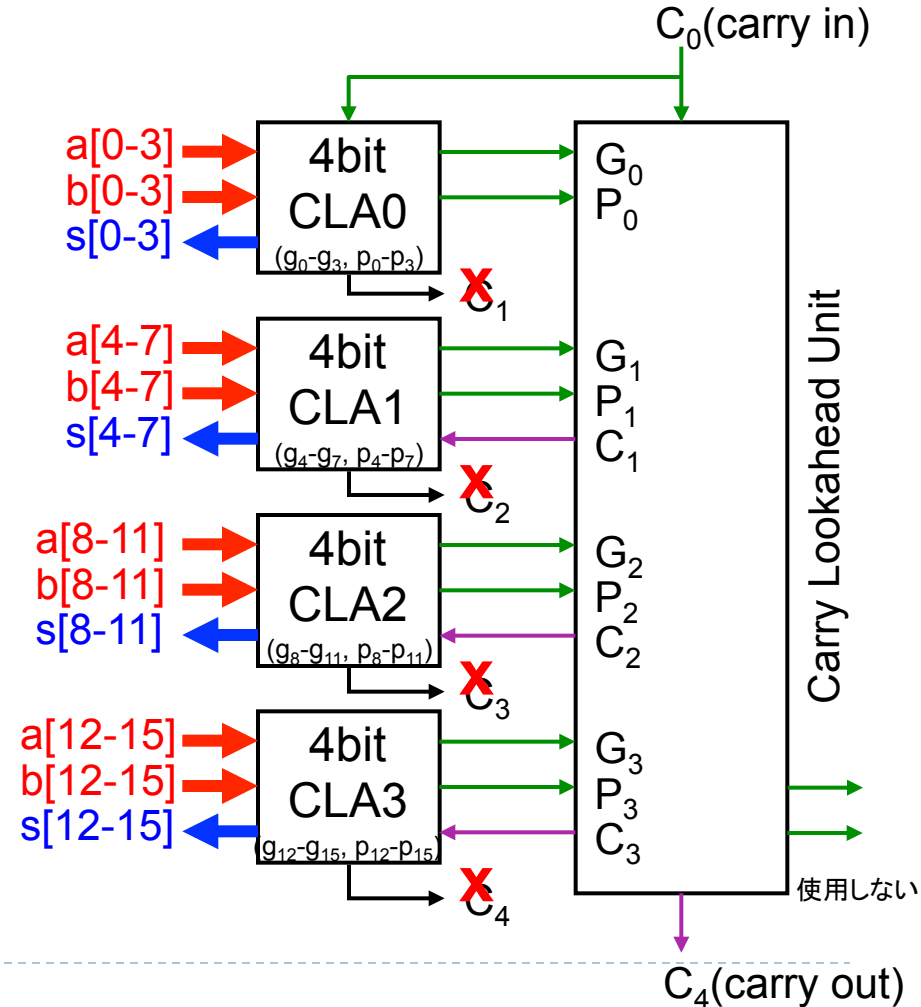
$$C_2 = G_1 + P_1 C_1 = G_1 + G_0 P_1 + P_0 P_1 C_0$$

$$C_3 = \dots, C_4 = \dots$$

▶ 16bit CLAにおけるCLU

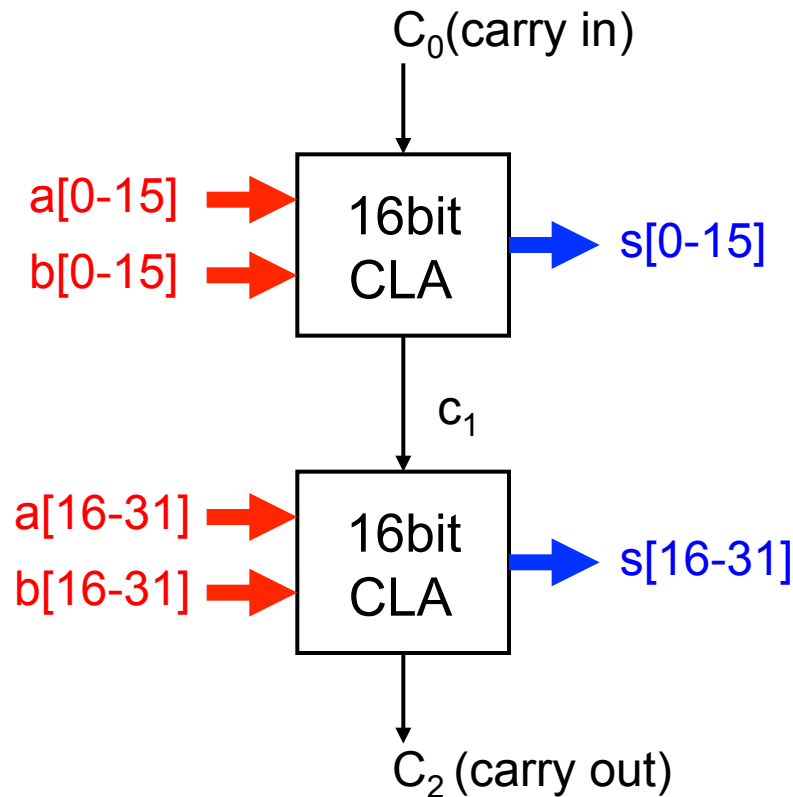
▶ 4ビットの場合と全く同じ回路

▶ 各4ビットCLAのcarry inを計算



32ビット Carry Lookahead Adder

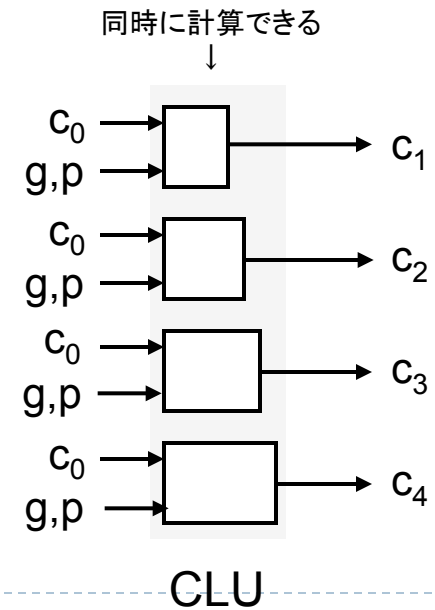
- ▶ 16ビット Carry Lookahead Adder を2つつなげる



注意：Carry Lookahead Adder

- ▶ **ハードウェア**で作った場合に速くなる回路
 - ▶ $C_1 \sim C_4$ が並列に(同時に)計算できるため
 - ▶ C_i から C_{i+1} を逐次計算するより速い
- ▶ **Java**で作った場合にはむしろ遅くなる
 - ▶ 並列計算していないため
 - ▶ 結局、逐次計算
 - ▶ 回路がより複雑になるため
 - ▶ 計算量が増える

ハードウェアを作っているつもりで実装する



Ripple Carry Adder と Carry Lookahead Adderの速度の違い

- ▶ Carryが最下位(0)ビットから最上位(31)ビットまで伝播されるときに通過するゲート数を数える
 - ▶ ANDGateとORGateのおよその通過数を数える
 - ▶ 2つのゲートの実行時間は同じ
 - ▶ 並列に計算できる計算も考慮
- ▶ 加算器では、このCarryの伝播がクリティカルパスになる

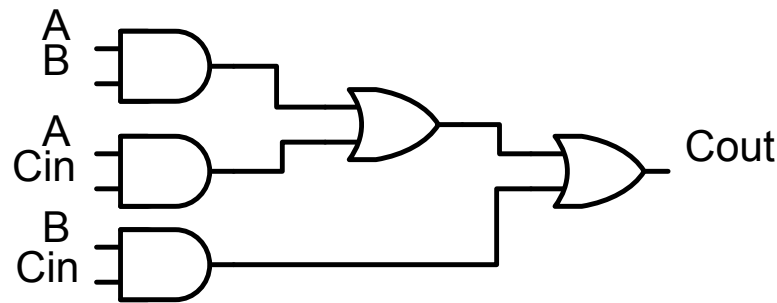
Ripple Carry Adder の場合

▶ 1ビット全加算器の C_{out} 計算

▶ $C_{out} = A \cdot B + A \cdot C_{in} + B \cdot C_{in}$

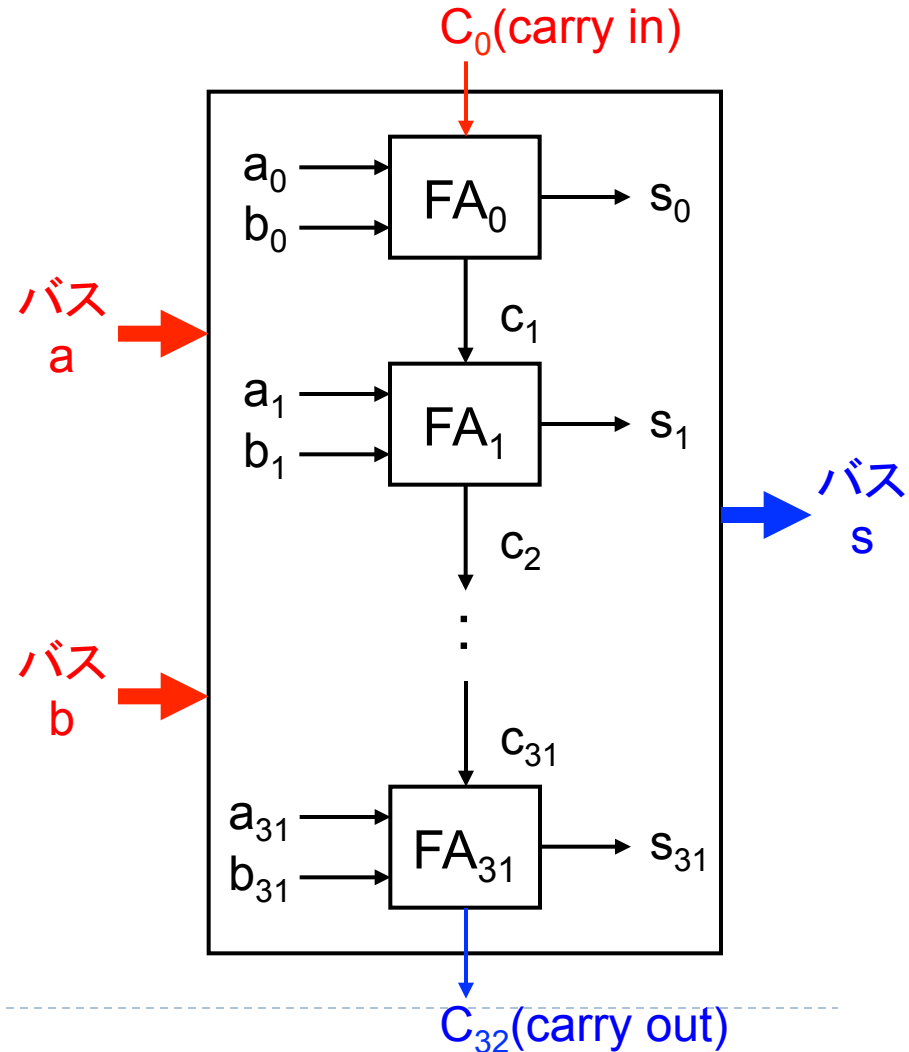
- ▶ ANDGate 並列3個 → 1回
- ▶ ORGate 逐次2個 → 2回

▶ 計: **3ゲート**



▶ 32ビット伝搬ゲート数

▶ およそ $32 \times 3 = 96$ ゲート



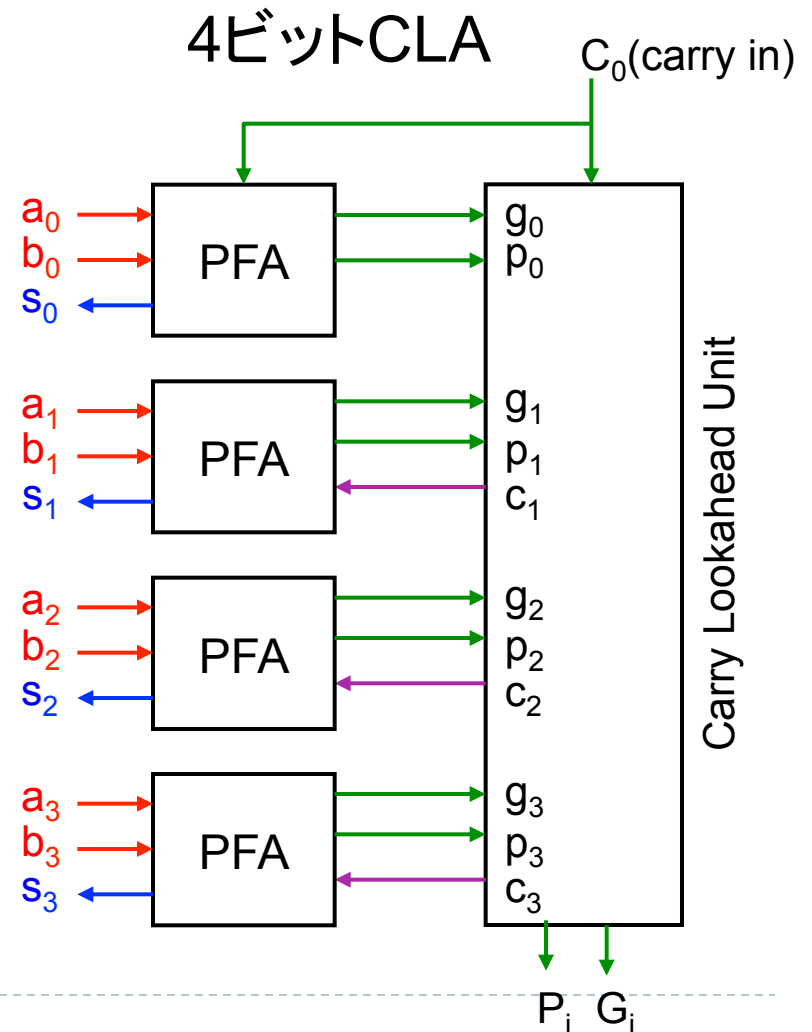
Carry Lookahead Adderの場合:1

1. PFAで g_i, p_i を計算

- ▶ $g_i = a_i \cdot b_i, p_i = a_i + b_i$ (並列)
- ▶ 32ビットで並列計算
- ▶ 計: 1ゲート

2. 4ビットCLA内のCLUで G_i, P_i を計算

- ▶ $G_i = g_3 + p_3 g_2 + p_3 p_2 g_1 + p_3 p_2 p_1 g_0$
- ▶ $P_i = p_0 p_1 p_2 p_3$

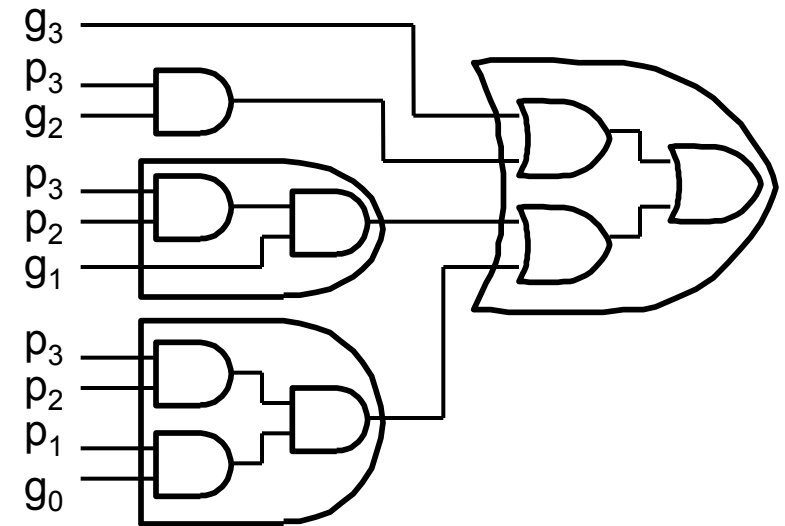


Carry Lookahead Adderの場合: 2

2. (つづき)

- ▶ 図のように回路を構成すれば、最長パスはGi計算の **4ゲート**
- ▶ 全8個の4ビットCLAで並列計算可能

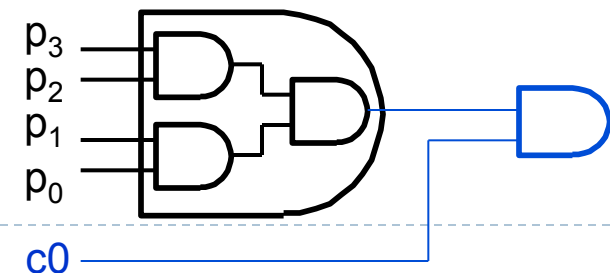
Gi 計算回路



3. 下位16ビットCLAで CarryOutを計算

- ▶
$$C_{out} = G_3 + G_2 P_3 + G_1 P_2 P_3 + G_0 P_1 P_2 P_3 + P_0 P_1 P_2 P_3 c_0$$
- ▶ パスは **4+1ゲート=5ゲート**

Pi 計算回路



Carry Lookahead Adderの場合:3

4. 上位16ビットCLAで各4ビットCLAへのCarryInを計算
 - ▶ 最長パスは3と同じ **5ゲート**
 - ▶ ただし最上位4ビットCLAへのCarryIn計算には **4ゲート**
5. 4ビット**CLA**で各桁へのCarryInを計算
 - ▶ 最長パスは最上位ビットの **5ゲート**
- ▶ 以上で、32ビット各桁へCarryがいきわたる
 - ▶ 合計: $1 + 4 + 5 + 4 + 5 =$ **およそ19ゲート**

結果

- ▶ $RCA : CLA = 96 : 19 \doteq 5 : 1$
 - ▶ ゲート数はCarry Lookahead Adderの方が少ない
- ▶ なぜ、Carry Lookahead Adder は早いのか
 - ▶ クロックサイクルは最低でもゲート時間分は必要
 - ▶ RCA:96ゲート時間、CLA:19ゲート時間
 - ▶ RCAの場合、96ゲート時間待たないと、回路が安定しない(正確な演算結果を出せない)
 - ▶ CLAのほうが、クロックサイクルを短く設定できる

課題

課題1 (再掲)

- ▶ 32ビットの Ripple Carry Adder (RCA クラス)を完成させよ
 - ▶ RCADriver クラスを作ってテストすること



課題2 (再掲)

- ▶ 4ビットの Carry Lookahead Adder (CLA4 クラス)を完成させよ
 - ▶ CLA4Driver クラスを作ってテストすること



課題3 (オプション) (再掲)

- ▶ 32ビットの Carry Lookahead Adder (CLA32 クラス)を作成せよ
 - ▶ CLA32Driver も作成し、テストすること
 - ▶ CLA(32bitのBUS) => CLA(16bitのBus) + CLA(16bitのBus)
 - ▶ バスの一部を取り出す Bus クラスのメソッドは以下の通り

```
// index番目からnum本の配線を取り出したバスを返す
public Bus getSubset(int index, int num) {
    Bus subBus = new Bus(num);
    for (int i = 0; i < num; i++)
        subBus.paths[i] = this.paths[index + i];
    return subBus;
}
```

課題提出

- ▶ 〆切: **6/29 (金) 23:59**
- ▶ 提出物: 以下のファイルを**圧縮したもの**
 - ▶ ドキュメント(pdf,plain txt,wordなんでも可)
 - ▶ 製作方針、説明など
 - ▶ テスト結果 (テスト内容とその結果)
 - ▶ 感想等
 - ▶ プログラムソース一式 (**ソースコードのみ**)
 - ▶ 必ず...Driver.javaクラスも含める
 - ▶ .classファイルは含めないこと

